International Mathematics Contest Union

중등2

# KOREA Grade 8(중등2)

# 정답 및 풀이

■ 주최 : IMC국제수학콘테스트유니온

A ~ B. **객관식 문제 & 단답형 문제(문항별 5점, 총 80점)**

| 번호 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 답 | B | C | B | D | A | C |
| 번호 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 답 | C | B | $3a-3b$ | 6 | 92 | $(3x-y-2)(2x+y+1)$ |
| 번호 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 답 | $\frac{3}{2}\sqrt{41}$ | $2-\sqrt{2}$ | $k=\frac{2}{5}\sqrt{5}$ | $-\frac{13}{3}$ | 2 | 풀이참조 |

## C. 서술형 문제(문항별 10점, 총 20점)

<table>
<tr><th>번호</th><th>답 안</th></tr>
<tr><td>17</td><td>

※ 풀이 과정을 반드시 적으시오.

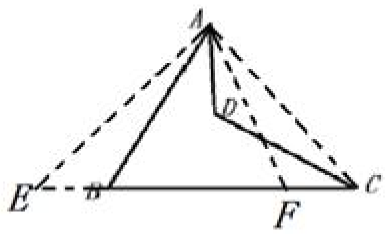
【답】 2

【풀이】

$\overline{AC}$를 연결하고 $\overline{BE}=\overline{AD}$가 되도록 $\overline{CB}$를 점 E까지 연장하면 $\triangle ABE \equiv \triangle CDA$이고 $\overline{AE}=\overline{AC}$가 된다. $\angle CAD=\angle AEB=\angle ACB$이므로 $\overline{CF}=\overline{BE}$가 되도록 점 F를 $\overline{BC}$에 위치하게 하면 $\triangle ABE \equiv \triangle AFC$ (SAS합동)가 되므로 $\overline{AF}=\overline{AB}=2$이다.

오목한 사각형 ABCD의 넓이와 $\triangle ABF$의 넓이는 같다.

따라서 $\triangle ABF$가 $\angle BAF=90°$인 직각삼각형일 때, 오목한 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은 2이다.




</td></tr>
<tr><td>18</td><td>

※ 풀이 과정을 반드시 적으시오.

【풀이 1】 $\begin{cases} x=a \\ y-z=b \\ x+y+z=c \end{cases}$ 라고 하면 $\begin{cases} x=a \\ y=\dfrac{b+c-a}{2} \\ z=\dfrac{c-a-b}{2} \end{cases}$ 이고, 원래의 식은 $(a+b+c)c<0$

$\Rightarrow$ $b^2>4ac$임을 보여주는 것과 같다.

$(a+b+c)c<0$이므로 $ac<-bc-c^2$

그러나 $\dfrac{b^2}{4}+bc+c^2=\left(\dfrac{b}{2}+c\right)^2 \geq 0$이므로 $-bc-c^2 \leq \dfrac{b^2}{4}$, $ac<\dfrac{b^2}{4}$

$\therefore$ $b^2>4ac$이므로 $(y-z)^2>4x(x+y+z)$이 성립한다.

【풀이 2】 $f(t)=at^2+bt+c$라 하면 $f(0)=c$, $f(1)=a+b+c$

$f(0)\cdot f(1)<0$이므로 $f(0)$과 $f(1)$의 부호가 다르다.

따라서 함수 $f(t)$는 두 실근을 갖는다. $\Rightarrow$ $D>0$

$\therefore$ $b^2-4ac>0$이므로 $b^2>4ac$이다.

</td></tr>
</table>